

Testy t dla zmiennych powiązanych

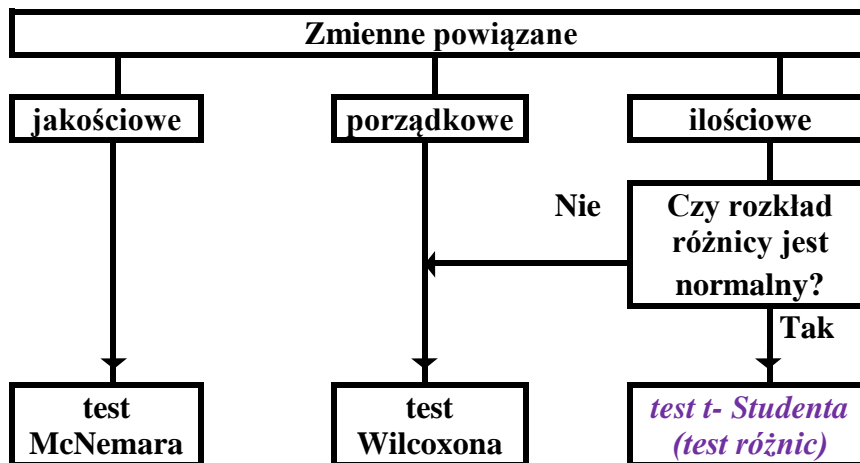
Na poprzednich ćwiczeniach omawialiśmy testy t-Studenta dotyczące dwóch średnich dla prób niepowiązanych. Obecny poświęcimy testom t-Studenta dla prób powiązanych. O próbach powiązanych mówimy wtedy, jeśli każdej wartości z jednej próby przyporządkowana jest wartość z drugiej próby. Najczęściej tak jest, gdy rozpatrujemy tę samą grupę, ale badaną dwukrotnie w czasie. Na przykład badamy poziom cholesterolu w grupie pacjentów przed wprowadzeniem leku (pomiar początkowy), i następnie powtórnie po podaniu leku. Ten drugi pomiar nie zawsze musi być pomiarem końcowym, ale może być jednym z serii pomiarów.

Przypuśćmy, że dla pewnej grupy osób badamy ciśnienie tętnicze krwi przed i po podaniu odpowiedniego leku. Pytamy z kolei, czy lek ten powoduje istotny spadek ciśnienia u pacjentów. Mamy dwie serie pomiarów dotyczących tej samej próby (przed i po podaniu leku) i chcemy zweryfikować hipotezę o średniej wielkości różnic między tymi wynikami. Pierwsza seria danych to pomiary badanej cechy w jednym momencie czasu, druga seria – pomiary tej samej cechy, u tych samych jednostek w drugim momencie czasu.

Możemy też, w innym badaniu analizować wydajność losowo wybranych krów w listopadzie i grudniu. Tym razem chcemy zweryfikować hipotezę, że w grudniu w stosunku do listopada nastąpiło zwiększenie poziomu wydajności krów. Zebrane dane dla losowo wybranych krów są przedstawione poniżej

Listopad	16	15	16	19	17	21	16	17	15	21	19	20
Grudzień	18	17	16	20	19	23	15	18	17	24	17	21

Do analizy statystycznej problemu wykorzystamy testy dla prób powiązanych. Omawianie tych testów zaczniemy od zaprezentowania algorytmu doboru testu dla zmiennych powiązanych. Przedstawiony on jest na poniższym rysunku.



Rys. 1 Algorytm wyboru testu istotności różnic dla zmiennych powiązanych

W dalszych naszych rozważaniach zakładamy, że **różnica** obserwowanych wartości ma rozkład normalny, czyli rozważać będziemy test oznaczony (w powyższym algorytmie) kursywą.

Warunki stosowania testu t-Studenta dla zmiennych powiązanych są podobne jak dla testu t-Studenta dla zmiennych niepowiązanych z jedna tylko różnicą, nie musimy sprawdzać jednorodności wariancji, sprawdzamy natomiast normalność różnicy pomiarów. Założenia te

były omawiane na poprzednich ćwiczeniach, więc tylko w punktach przypomnijmy, że powinniśmy pamiętać o:

- **Zasadzie randomizacji**
- **Założeniu o normalności różnicy wartości pomiarów**

Przykład testu t-Studenta dla zmiennych powiązanych

W programie *STATISTICA* do testowania różnic między średnimi z dwóch prób powiązanych służy opcja **testy t dla prób zależnych** w module **Statystyki podstawowe i tabele**.

Dla naszych przykładowych danych dotyczących wydajności otrzymamy następujący arkusz wyników:

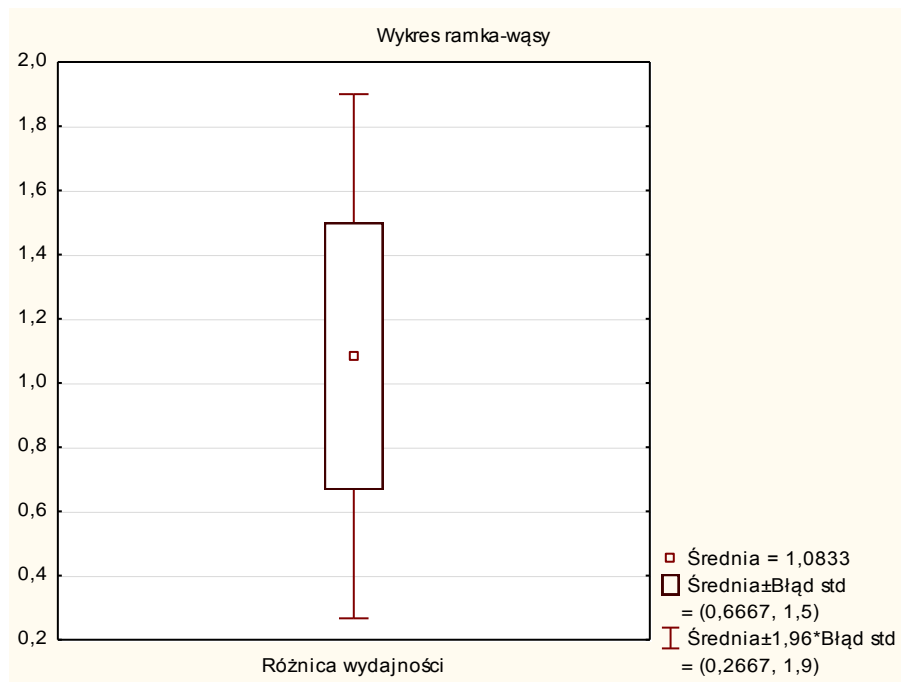
Test T dla prób zależnych (Przykład 1)								
Zaznaczone różnice są istotne z $p < ,05000$								
Zmienna	Średnia	Odch.st.	Ważnych	Różnica	Odch.st. Różnica	t	df	p
Wydajność XI	17,66667	2,229282						
Wydajność XII	18,75000	2,767506	12	-1,08333	1,443376	-2,60000	11	0,024694
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]

Rys. 2 Arkusza wyników dla danych z przykładu

Ponumerowane pola w arkuszu wyników (ważne dla interpretacji) oznaczają odpowiednio:

- [1] - nazwy (lub długie nazwy) zmiennych
- [2] - średnie arytmetyczne dla obu grup
- [3] - odchylenie standardowe dla obu grup
- [4] - liczba przypadków
- [5] - różnica średnich
- [6] - odchylenie standardowe różnic
- [7] - wartość testu t dla zmiennych zależnych
- [8] – wyliczona wartość prawdopodobieństwa p.

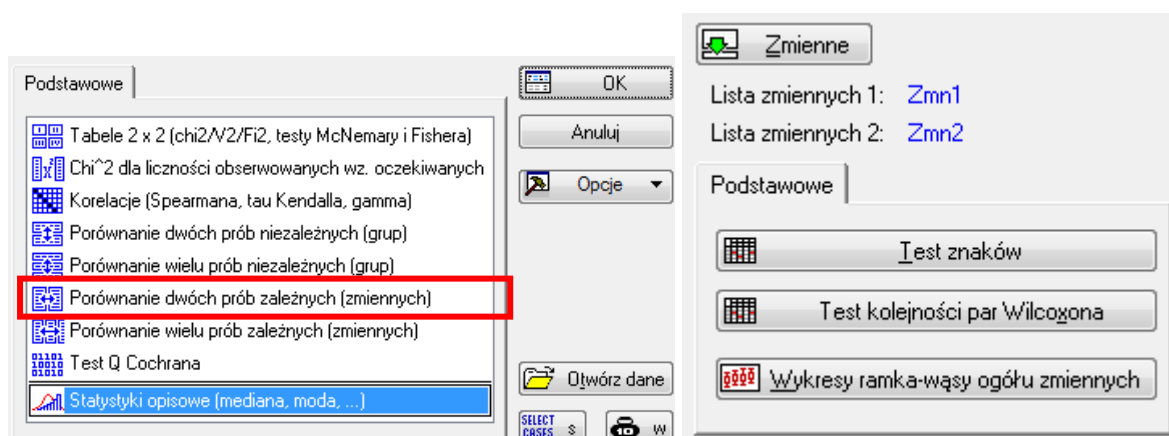
Jak nie pogubić się w gąszczu otrzymanych wyników? Na co zwrócić szczególną uwagę? Zaczynamy od wartości odpowiedniego testu t (pole [7]) i odpowiadającego mu poziomu prawdopodobieństwa p (pole [8]). Ponieważ $p < 0,05$ (przyjęty przez nas poziom istotności) więc odrzucamy hipotezę zerową o równości wydajności krów. Wynika z tego, że średni wydajności w grudniu jest istotnie statystycznie różny od średniego poziomu wydajności w listopadzie. Porównując wartości średnich (pole [2]) możemy wnioskować, że wydajność się podniosła. Graficzna interpretacja wyników widoczna jest w poniższy oknie.



Rys. 3 Interpretacja graficzna testu t dla prób powiązanych

Przypominamy, że tworzymy wykres ramka z wąsami dla różnicy pomiarów. Wąsy powinny przedstawiać 95% przedział ufności. Jeżeli różnica jest istotna przedział ten **nie powinien zawierać wartości zerowej**. I tak jest w naszym przypadku.

W przypadku nie spełnienia założeń normalności wykorzystujemy nieparametryczne testy: test znaków lub test kolejności par Wilcoxon. W tym celu z menu **Statystyka** należałoby wybrać opcję **Statystyki nieparametryczne**. Następnie w otwierającym się oknie wybieramy opcję **Porównanie dwóch prób zależnych (zmiennych)**. Po kliknięciu na przycisku **OK** otworzy się okno **Porównanie dwóch grup**. Omawianą sytuację pokazuje poniższy rysunek.



Rys. 4 Okna wyboru odpowiedniego testu nieparametrycznego

Najmocniejszą alternatywą (o ile możemy odejmować wyniki) jest test kolejności par Wilcoxon. Zatem w przypadku nie spełnienia założeń normalności różnicy lub gdy analizujemy dane porządkowe dla porównywania dwóch prób zależnych wybieramy test kolejności par Wilcoxon. Pamiętajmy jednak, że o ile test *t*-Studenta sprawdza hipotezę zerową o równości średnich arytmetycznych w odpowiadających im populacjach, test Wilcoxon weryfikuje równość median.