Testy t – Studenta dla zmiennych niepowiązanych

W badaniach medycznych najczęściej spotykanym statystycznym problemem jest porównanie dwóch populacji ze względu na jedną cechę lub dwóch cech w jednej populacji. Chcemy najczęściej porównać wartości dwóch średnich. Temu zagadnieniu poświęcimy niniejszy kurs. Zaczniemy od testów t-Studenta dla dwóch prób. Testy te weryfikują hipotezę zerowa o równości średnich w dwóch grupach.

Przypuśćmy, że chcemy porównać poziom cholesterolu psów przebywających na wsi (W) i w mieście (M). Poniżej w tabelce mamy podane fragment interesujących nas danych dla 61 pacjentów opisanych w bazie.

Przebywanie	**M**	**W**	**M**	**M**	**M**	**W**	**W**	**M**	**M**	**W**	**M**	**M**	**W**	**M**	**M**
Cholesterol	3,75	8,46	5,6	4,2	7,1	9,2	8,2	4,4	3,3	7,8	5,7	4,8	9,4	6,3	4

Szukamy odpowiedzi na pytanie, czy średni poziom cholesterolu psów przebywających na wsi i w mieście jest taki sam, czy też istotnie różny. Do takich problemów wykorzystujemy testy dla różnic między średnimi z dwóch prób dla zmiennych niepowiązanych. Testy t-Studenta dla zmiennych niepowiązanych to najbardziej powszechne i mocne narzędzie oceny różnic między średnimi w dwóch grupach.
Przypuśćmy z kolei, że dla pewnej grupy zwierząt oceniamy pewien parametr biochemiczny krwi przed i po podaniu odpowiedniego leku. Pytamy z kolei czy lek ten powoduje istotny spadek tego parametru u leczonych zwierząt. Tym razem mamy dwie serie pomiarów dotyczących tej samej próby (przed i po podaniu leku) i chcemy zweryfikować hipotezę o średniej wielkości różnić między tymi wynikami. Pierwsza seria danych to pomiary badanej cechy w jednym momencie czasu, druga seria - pomiary tej samej cechy, u tych samych jednostek w drugim momencie czasowym. Do problemów tego typu stosujemy testy t-Studenta dla zmiennych powiązanych.

Na początku podamy podstawowe założenia t-testów:

I. Zasada randomizacji

Jeśli chcemy uogólnić wnioski wynikające z tego badania na cały zbiór osób, to musimy zagwarantować reprezentatywność próby dla populacji. Jedynie dobór losowy próby (pierwsza zasada randomizacji) gwarantuje jej reprezentatywność. Jej nierespektowanie sprawia, że wyciągnięte wnioski są prawomocne jedynie dla zwierząt z danej kliniki czy zwierząt z pewnej grupy wiekowej lub danej płci itd.

Przy ocenie skuteczności leku, nowej metody terapeutycznej badania powinny być przeprowadzone na co najmniej dwóch równoważnych grupach badanych - w celu sprawdzenia nowej metody (nowego leku) w stosunku do tradycyjnej (dotychczasowego leku). Decyzja o tym, jaka metoda (jaki lek) oddziaływuje na daną zwierzę (badany podmiot) musi być podjęta przez nas w sposób losowy (druga zasada randomizacji). Nierespektowanie drugiej zasady randomizacji powoduje, że na różnice między średnimi wartościami zmiennej duży wpływ może mieć czynnik selekcji.

II. Założenie o normalności rozkładu zmiennej

Istnieją specjalne testy statystyczne pozwalające na ocenę normalności danego rozkładu empirycznego. Najczęściej stosowane testy Shapiro-Wilka i Kołmogorowa-Smirnowa. Zostały one omówione na poprzednich ćwiczeniach.

III. Założenie jednorodności wariancji

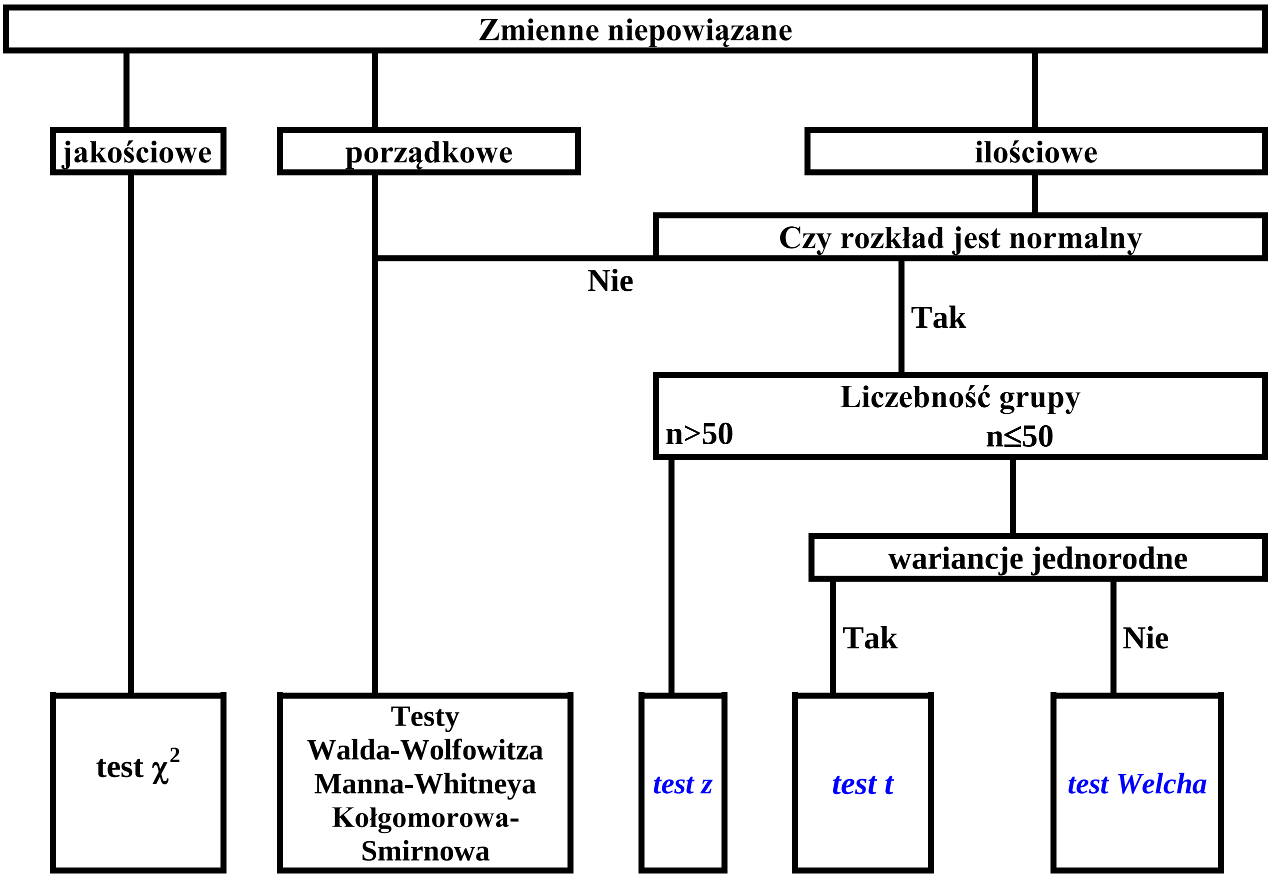
Do sprawdzenia tego założenia wykorzystujemy test F, test Levenea lub test Bartletta. W przypadku, gdy testy nie wykazały jednorodności wariancji w analizie należy posłużyć się alternatywnym testem Welcha.

Oprócz powyższych założeń musimy też respektować rodzaj porównań**.** Cały zbiór testów istotności różnic dzielimy na dwa podzbiory:

- testy przeznaczone do testowania różnic między grupami niezależnymi.
- testy dla grup zależnych

W zależności od rozpatrywanego problemu należy więc wybrać odpowiedni test. Obecne ćwiczenia poświęcimy pierwszemu przypadkowi, czyli testom dla zmiennych niepowiązanych.

Zaczniemy od poniższego rysunku. Przedstawia on algorytmu doboru właściwego testu dla zmiennych niepowiązanych.



Rys. 1 Algorytm wyboru testu istotności różnic dla zmiennych niepowiązanych

Oprócz wspomnianych wyżej założeń o wyborze testu decyduje też liczebność grupy. Badania empiryczne bowiem prowadzone są na próbach różnej liczebności. W literaturze statystycznej spotykamy wartość 30 jako graniczną liczebność.

W dalszych naszych rozważaniach zakładamy, że obserwowane zmienne mają w dwóch zbiorowościach rozkłady normalny, czyli rozważać będziemy testy oznaczone (w powyższym algorytmie) kursywą.

W programie *STATISTICA* do testowania różnic między średnimi z dwóch prób niepowiązanych służy opcja **testy t dla prób niezależnych** w module **Podstawowe statystyki i tabele**.

Przykład testu t – Studenta dla zmiennych niepowiązanych

Dla naszych przykładowych danych dotyczących poziomu cholesterolu otrzymamy następujący arkusz wyników:

Testy t; Grupująca:Przebywanie (Baza danych)
Grupa 1: Miasto
Grupa 2 Wieś

Zmienna	Średnia Miasto	Średnia Wieś	t	df	p	t oddz. est.war.	df	p dwustron	N ważnyc Miasto	N ważnych Wieś	Odch.std Miasto	Odch.std Wieś	iloraz F Wariancje	p Wariancje
Cholesterol	5,291071	7,913333	-7,49029	38	0,000000	-7,90739	23,71575	0,000000	28	12	1,050754	0,920053	1,304298	0,662749
	[1]		[2]		[3]	[4]		[5]	[6]		[7]		[8]	[9]

Rys. 2 Arkusz wyników dla przykładu

Ponumerowane pola w arkuszu wyników (najważniejsze dla interpretacji) oznaczają odpowiednio:

[1] - średnie grupy pierwszej oraz drugiej,

[2] -wartość testu-t (przy spełnieniu założeń o jednorodności wariancji),

[3] – wartość prawdopodobieństwa p wyliczony dla [2],

[4] - wartość testu-t dla niejednorodnych wariancji (tzw. test Welcha)

[5] - wartość prawdopodobieństwa p wyliczony dla [4] (niejednorodne wariancje),

[6] - liczebności grupy pierwszej oraz drugiej

[7] - odchylenie standardowe w grupie pierwszej i drugiej,

[8] - wartość testu F sprawdzającego jednorodność wariancji,

[9] - wartość prawdopodobieństwa p wyliczony dla [8] (sprawdzenie jednorodności)

Uwaga

Pola [4], oraz [5] pojawiają się, gdy na karcie **Opcje** wybraliśmy test z niezależna estymacją wariancji (wersja t-testu dla niejednorodnych wariancji). Również na karcie Opcje możemy wybrać dodatkowe testy Levenea oraz Browna - Forsythe'a dla jednorodności wariancji

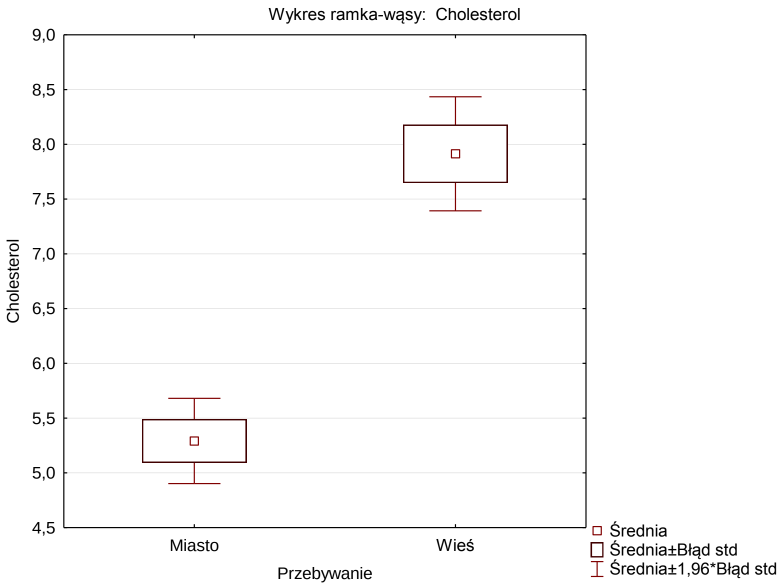
Jak nie pogubić się w gąszczu otrzymanych wyników? Na co zwrócić szczególną uwagę?

Zaczynamy od sprawdzenia założenia jednorodności wariancji. Hipoteza zerowa, którą chcemy zweryfikować zakłada jednorodność wariancji. Istnieją trzy testy weryfikujące tę hipotezę zerową - test F, Levene'a oraz Browna - Forsaythe'a. Ten ostatni cieszy się opinią najlepszego. Domyślnie wyliczany jest test F (pole [8]). Jak widzimy dla danych z naszego przykładu poziom p jest większy od 0,05. Nie mamy więc podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o jednorodności wariancji. Zatem możemy wnioskować, że założenie to jest spełnione.

W takiej sytuacji wartość odpowiedniego testu t dla jednorodnych wariancji szukamy w polu [2] a odpowiadającą mu wartość prawdopodobieństwa p [4]. Wynika z nich, że odrzucamy hipotezę zerową (p = 0,000000). Tak więc przeciętny poziom cholesterolu u psów przebywających na wsi jest istotnie różny od przeciętnego poziom cholesterolu u psów przebywających w mieście. Mogliśmy weryfikować jednostronną hipotezę, że przeciętny przeciętnego poziom cholesterolu u psów przebywających na wsi jest istotnie większy od przeciętnego poziom cholesterolu u psów przebywających w mieście.

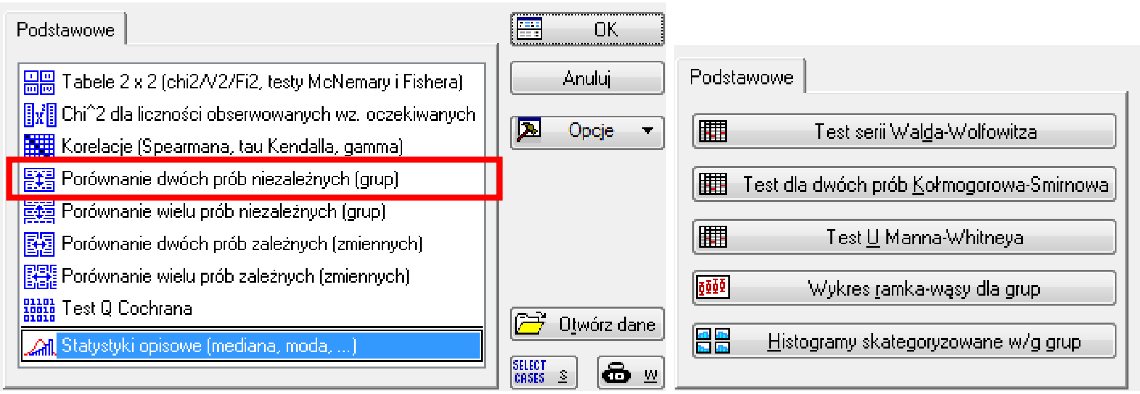
W przypadku, gdy niespełnione będzie założenie o jednorodności wariancji wartości testu t (tzw. testu Welcha) szukamy w polu[4], a odpowiadająca mu wartość p w polu [5].

Graficzna interpretacja otrzymanych rezultatów przedstawiona jest na poniższym rysunku. Przedstawia on tak zwane skrzynki z wąsami dla wybranych zmiennych - jeden wykres na jedną zmienną. Przy ich pomocy możemy porównania wartości średnich w dwóch grupach. Punkt środkowy reprezentuje wartość średniej a wąsy wyznaczają 95% przedział ufności danej średniej. Po odrzuceniu hipotezy o równości średnich wąsy tych skrzynek nie powinny na siebie nachodzić (tak jak prezentuje to poniższy rysunek)



Rys. 3 Wykres „skrzynka z wąsami" przykład pierwszy

W przypadku nie spełnienia założeń normalności wykorzystujemy nieparametryczne testy Manna-Whitneya lub Walda-Wolfowitza. W tym celu z menu **Statystyka** należałoby wybrać opcję **Statystyki nieparametryczne.** Następnie w otwierającym się oknie wybieramy opcję **Porównanie dwóch prób niezależnych (grup).** Po kliknięciu na przycisku **OK** otworzy się okno **Porównanie dwóch grup.** Omawianą sytuacje pokazuje poniższy rysunek.



Rys. 4 Okna wyboru odpowiedniego testu nieparametrycznego

Najmocniejszą alternatywą jest test Manna-Whitneya. Zatem w przypadku nie spełnienia założeń normalności lub gdy analizujemy dane porządkowe dla porównywania dwóch prób wybieramy test Manna-Whitneya. Pamiętajmy jednak, że o ile test *t*-Studenta sprawdza hipotezę zerową o równości średnich arytmetycznych w odpowiadających im populacjach, test Manna-Whitneya weryfikuje równość median.